$SPAD/input schaum26.input

Timothy Daly

June 15, 2008

Contents

1 [1]:14.525 $\int lnx\ dx$

$$\int lnx = x \ln x - x$$

⟨ * ⟩≡
```
 )spool schaum26.output
 )set message test on
 )set message auto off
 )clear all

 --S 1
 aa:=integrate(log(x),x)
 --R
 --R
 --R   (1)  x log(x) - x
 --R                                              Type: Union(Expression Integer,...)
 --E

 --S 2
 bb:=x*log(x)-x
 --R
 --R   (2)  x log(x) - x
 --R                                              Type: Expression Integer
 --E

 --S 3      14:525 Schaums and Axiom agree
 cc:=aa-bb
 --R
 --R   (3)  0
 --R                                              Type: Expression Integer
 --E
```

2   [1]:14.526 $\int x \ln x \; dx$

$$\int x \ln x = \frac{x^2}{2} \left(\ln x - \frac{1}{2} \right)$$

⟨*⟩+≡
)clear all

  --S 4
  aa:=integrate(x*log(x),x)
  --R
  --R
  --R   2   2
  --R   2x log(x) - x
  --R   (1) -------------
  --R   4
  --R   Type: Union(Expression Integer,...)
  --E

  --S 5
  bb:=x^2/2*(log(x)-1/2)
  --R
  --R   2   2
  --R   2x log(x) - x
  --R   (2) -------------
  --R   4
  --R   Type: Expression Integer
  --E

  --S 6   14:526 Schaums and Axiom agree
  cc:=aa-bb
  --R
  --R   (3) 0
  --R   Type: Expression Integer
  --E

3 [1]:14.527 $\int x^m \ln x \; dx$

$$\int x^m \ln x = \frac{x^{m+1}}{m+1}\left(\ln x - \frac{1}{m+1}\right)$$

$\langle * \rangle + \equiv$

```
)clear all

--S 7
aa:=integrate(x^m*log(x),x)
--R
--R
--R                                  m log(x)
--R        ((m + 1)x log(x) - x)%e
--R   (1)  ------------------------------
--R                      2
--R                    m  + 2m + 1
--R                                        Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 8
bb:=x^(m+1)/(m+1)*(log(x)-1/(m+1))
--R
--R                               m + 1
--R        ((m + 1)log(x) - 1)x
--R   (2)  -----------------------
--R                    2
--R                  m  + 2m + 1
--R                                              Type: Expression Integer
--E

--S 9
cc:=aa-bb
--R
--R                                  m log(x)                         m + 1
--R        ((m + 1)x log(x) - x)%e          + ((- m - 1)log(x) + 1)x
--R   (3)  -----------------------------------------------------------
--R                                     2
--R                                   m  + 2m + 1
--R                                              Type: Expression Integer
--E

--S 10
explog:=rule(%e^(n*log(x)) == x^n)
--R
--R              n log(x)       n
```

```
--R   (4)  %e          == x
--R                         Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
--E

--S 11
dd:=explog cc
--R
--R                            m + 1                            m
--R       ((- m - 1)log(x) + 1)x      + ((m + 1)x log(x) - x)x
--R   (5)  -------------------------------------------------------
--R                              2
--R                            m  + 2m + 1
--R                                                  Type: Expression Integer
--E

--S 12     14:527 Schaums and Axiom agree
ee:=complexNormalize dd
--R
--R   (6)  0
--R                                                  Type: Expression Integer
--E
```

4 [1]:14.528 $\int \dfrac{\ln x}{x}\, dx$

$$\int \frac{\ln x}{x} = \frac{1}{2}\ln^2 x$$

⟨*⟩+≡
```
 )clear all

 --S 13
 aa:=integrate(log(x)/x,x)
 --R
 --R
 --R                 2
 --R         log(x)
 --R   (1)  -------
 --R            2
 --R                                      Type: Union(Expression Integer,...)
 --E

 --S 14
 bb:=1/2*log(x)^2
 --R
 --R                 2
 --R         log(x)
 --R   (2)  -------
 --R            2
 --R                                           Type: Expression Integer
 --E

 --S 15     14:528 Schaums and Axiom agree
 cc:=aa-bb
 --R
 --R   (3)  0
 --R                                           Type: Expression Integer
 --E
```

5 [1]:14.529 $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x^2}\,dx$

$$\int \frac{\ln x}{x^2} = -\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x}$$

⟨*⟩+≡
```
  )clear all

  --S 16
  aa:=integrate(log(x)/x^2,x)
  --R
  --R
  --R         - log(x) - 1
  --R   (1)  ------------
  --R              x
  --R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
  --E

  --S 17
  bb:=-log(x)/x-1/x
  --R
  --R         - log(x) - 1
  --R   (2)  ------------
  --R              x
  --R                                          Type: Expression Integer
  --E

  --S 18     14:529 Schaums and Axiom agree
  cc:=aa-bb
  --R
  --R   (3)  0
  --R                                          Type: Expression Integer
  --E
```

6   [1]:14.530 $\int \ln^2 x \ dx$

$$\int \ln^2 x = x \ln^2 x - 2x \ln x + 2x$$

⟨*⟩+≡
```
)clear all

--S 19
aa:=integrate(log(x)^2,x)
--R
--R
--R                 2
--R   (1)  x log(x)  - 2x log(x) + 2x
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E

--S 20
bb:=x*log(x)^2-2*x*log(x)+2*x
--R
--R                 2
--R   (2)  x log(x)  - 2x log(x) + 2x
--R                                          Type: Expression Integer
--E

--S 21     14:530 Schaums and Axiom agree
cc:=aa-bb
--R
--R   (3)  0
--R                                          Type: Expression Integer
--E
```

7 [1]:14.531 $\int \dfrac{\ln^n x}{x}\, dx$

$$\int \frac{\ln^n x}{x} = \frac{ln^{n+1}x}{n+1}$$

⟨*⟩+≡
```
 )clear all

 --S 22
 aa:=integrate(log(x)^n/x,x)
 --R
 --R
 --R                 n log(log(x))
 --R         log(x)%e
 --R   (1)  --------------------
 --R                 n + 1
 --R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
 --E

 --S 23
 bb:=log(x)^(n+1)/(n+1)
 --R
 --R               n + 1
 --R         log(x)
 --R   (2)  -----------
 --R            n + 1
 --R                                          Type: Expression Integer
 --E

 --S 24
 cc:=aa-bb
 --R
 --R              n log(log(x))         n + 1
 --R         log(x)%e            - log(x)
 --R   (3)  -------------------------------
 --R                     n + 1
 --R                                          Type: Expression Integer
 --E

 --S 25
 explog:=rule(%e^(n*log(x)) == x^n)
 --R
 --R            n log(x)     n
 --R   (4)  %e         == x
 --R                       Type: RewriteRule(Integer,Integer,Expression Integer)
```

10

```
--E

--S 26
dd:=explog cc
--R
--R                 n + 1                  n
--R       - log(x)        + log(x)log(x)
--R   (5)  ---------------------------
--R                    n + 1
--R                                                      Type: Expression Integer
--E


--S 27     14:531 Schaums and Axiom agree
ee:=complexNormalize dd
--R
--R   (6)  0
--R                                                      Type: Expression Integer
--E
```

8 [1]:14.532 $\int \dfrac{dx}{x \ln x}$

$$\int \frac{1}{x \ln x} = \ln(\ln x)$$

⟨*⟩+≡
```
  )clear all

  --S 28
  aa:=integrate(1/(x*log(x)),x)
  --R
  --R
  --R   (1)  log(log(x))
  --R                                           Type: Union(Expression Integer,...)
  --E

  --S 29
  bb:=log(log(x))
  --R
  --R   (2)  log(log(x))
  --R                                                    Type: Expression Integer
  --E

  --S 30     14:532 Schaums and Axiom agree
  cc:=aa-bb
  --R
  --R   (3)  0
  --R                                                    Type: Expression Integer
  --E
```

9 [1]:14.533 $\displaystyle\int \frac{dx}{\ln x}$

$$\int \frac{1}{\ln x} = \ln(\ln x) + \ln x + \frac{\ln^2 x}{2 \cdot 2!} + \frac{\ln^3 x}{3 \cdot 3!} + \cdots$$

⟨*⟩+≡
```
  )clear all

  --S 31      14:533 Schaums and Axiom agree by definition
  aa:=integrate(1/log(x),x)
  --R
  --R
  --R   (1)  li(x)
  --R                                      Type: Union(Expression Integer,...)
  --E
```

10 [1]:14.534 $\displaystyle\int \frac{x^m}{\ln x}\ dx$

$$\int \frac{x^m}{\ln x} = \ln(\ln x) + (m+1)\ln x + \frac{(m+1)^2 \ln^2 x}{2 \cdot 2!} + \frac{(m+1)^3 \ln^3 x}{3 \cdot 3!} + \cdots$$

⟨*⟩+≡
```
  )clear all

  --S 32      14:534 Axiom cannot compute this integral
  aa:=integrate(x^m/log(x),x)
  --R
  --R
  --R             x      m
  --I        ++    %I
  --I   (1)  |   ------- d%I
  --I        ++   log(%I)
  --R                                      Type: Union(Expression Integer,...)
  --E
```

11   [1]:14.535 $\int \ln^n x \; dx$

$$\int \ln^n x = x \ln^n x - n \int \ln^{n-1} x$$

$\langle\,*\,\rangle\!+\!\equiv$
```
  )clear all

  --S 33     14:535 Axiom cannot compute this integral
  aa:=integrate(log(x)^n,x)
  --R
  --R
  --R           x
  --R         ++         n
  --I   (1)   |   log(%I) d%I
  --R         ++
  --R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
  --E
```

12   [1]:14.536 $\int x^m \ln^n x \; dx$

$$\int x^m \ln^n x = \frac{x^{m+1} \ln^n x}{m+1} - \frac{n}{m+1} \int x^m \ln^{n-1} x$$

$\langle\,*\,\rangle\!+\!\equiv$
```
  )clear all

  --S 34     14:536 Axiom cannot compute this integral
  aa:=integrate(x^m*log(x)^n,x)
  --R
  --R
  --R            x
  --R         ++    m       n
  --I   (1)   |   %I  log(%I) d%I
  --R         ++
  --R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
  --E
```

14

13   [1]:14.537 $\int \ln \left(x^2 + a^2\right) \, dx$

$$\int \ln \left(x^2 + a^2\right) = x \ln(x^2 + a^2) - 2x + 2a \tan^{-1} \frac{x}{a}$$

$\langle * \rangle + \equiv$
```
 )clear all

 --S 35
 aa:=integrate(log(x^2+a^2),x)
 --R
 --R
 --R              2    2            x
 --R   (1)  x log(x  + a ) + 2a atan(-) - 2x
 --R                                a
 --R                                        Type: Union(Expression Integer,...)
 --E

 --S 36
 bb:=x*log(x^2+a^2)-2*x+2*a*atan(x/a)
 --R
 --R              2    2            x
 --R   (2)  x log(x  + a ) + 2a atan(-) - 2x
 --R                                a
 --R                                        Type: Expression Integer
 --E

 --S 37      14:537 Schaums and Axiom agree
 cc:=aa-bb
 --R
 --R   (3)  0
 --R                                        Type: Expression Integer
 --E
```

14   [1]:14.538 $\int \ln(x^2 - a^2)\ dx$

$$\int \ln(x^2 - a^2) = x\ln(x^2 - a^2) - 2x + a\ln\left(\frac{x+a}{x-a}\right)$$

⟨*⟩+≡
```
  )clear all

  --S 38
  aa:=integrate(log(x^2-a^2),x)
  --R
  --R
  --R               2    2
  --R   (1)  x log(x  - a ) + a log(x + a) - a log(x - a) - 2x
  --R                                    Type: Union(Expression Integer,...)
  --E

  --S 39
  bb:=x*log(x^2-a^2)-2*x+a*log((x+a)/(x-a))
  --R
  --R               2    2        x + a
  --R   (2)  x log(x  - a ) + a log(-----) - 2x
  --R                               x - a
  --R                                              Type: Expression Integer
  --E

  --S 40
  cc:=aa-bb
  --R
  --R                                      x + a
  --R   (3)  a log(x + a) - a log(x - a) - a log(-----)
  --R                                      x - a
  --R                                              Type: Expression Integer
  --E

  --S 41      14:538 Schaums and Axiom agree
  dd:=expandLog cc
  --R
  --R   (4)  0
  --R                                              Type: Expression Integer
  --E
```

15   [1]:14.539 $\int x^m \ln(x^2 \pm a^2)\ dx$

$$\int x^m \ln(x^2 \pm a^2) = \frac{x^{m-1} \ln(x^2 \pm a^2)}{m+1} - \frac{2}{m+1} \int \frac{x^{m+2}}{x^2 \pm a^2}$$

$\langle * \rangle + \equiv$
```
 )clear all

 --S 42
 aa:=integrate(x^m*log(x^2+a^2),x)
 --R
 --R
 --R            x
 --R          ++        2      2   m
 --I   (1)   |    log(a   + %I )%I d%I
 --R          ++
 --R                                        Type: Union(Expression Integer,...)
 --E

 )clear all

 --S 43      14:539 Axiom cannot compute this integral
 aa:=integrate(x^m*log(x^2-a^2),x)
 --R
 --R
 --R            x
 --R          ++        2      2   m
 --I   (1)   |    log(- a   + %I )%I d%I
 --R          ++
 --R                                        Type: Union(Expression Integer,...)
 --E

 )spool
 )lisp (bye)
```

References

[1] Spiegel, Murray R. *Mathematical Handbook of Formulas and Tables* Schaum's Outline Series McGraw-Hill 1968 p86